

# Sous-espaces affines

Dans cette feuille d'exercices,  $E$  désigne un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

**Exercice 1.** (★) Montrer que

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 + 2a - b & 0 \\ 2 - a - b & a - b \end{pmatrix} \mid (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

est un sous-espace affine de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , et donner une base de sa direction.

**Exercice 2.** (★) Soient  $V = a + F$  et  $W = b + G$  deux sous-espaces affines de  $E$ . Montrer que  $V \cap W \neq \emptyset$  si et seulement si  $b - a \in F + G$ .

**Exercice 3.** (★) Dans  $\mathbb{R}^2$ , notons  $D_1$  la droite d'équation  $x + y = 2$  et  $D_2$  la droite d'équation  $x - 2y = 260$ . Donner l'expression analytique (dans le repère canonique) de la projection sur  $D_1$  parallèlement à  $D_2$ .

**Exercice 4.** (★) Soient  $u \in E$  et  $f \in \mathcal{L}(E)$ . Donner une CNS pour que  $f$  commute avec la translation de vecteur  $u$ .