Interrogation écrite n° 3

vendredi 27 mars 2026

1) Déterminer le développement limité de la fonction

$$f : x \longmapsto \frac{\ln(1+\mathrm{sh}(x))}{\mathrm{ch}(x)}$$

au voisinage de 0 à l'ordre 4.

2) Montrer que la fonction

$$g : x \longmapsto \sqrt[4]{1-8x^3+x^4}\left(1+\sin\left(\frac{5}{x}\right)\right)$$

admet une asymptote en $+\infty$ dont on précisera une équation. On déterminera aussi la position relative de cette asymptote par rapport à la courbe de g.

3) Déterminer la nature de la série

$$\sum \cos\left(n^7\right)\sqrt[5]{\ln(n)}\left(1-n^{2/3}\tan\left(\frac{1}{n^{2/3}}\right)\right).$$

4) Déterminer la nature de la série

$$\sum \left(1-\exp\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)\right).$$

5) Déterminer un équivalent quand n tend vers $+\infty$ de

$$u_n = \left(\cos\left(\frac{2}{n}\right)\right)^{n^4}.$$

En déduire la nature de la série $\sum u_n$.

Interrogation écrite n° 3

vendredi 27 mars 2026

1) Déterminer le développement limité de la fonction

$$f : x \longmapsto \frac{\ln(1+\mathrm{sh}(x))}{\mathrm{ch}(x)}$$

au voisinage de 0 à l'ordre 4.

2) Montrer que la fonction

$$g : x \longmapsto \sqrt[4]{1-8x^3+x^4}\left(1+\sin\left(\frac{5}{x}\right)\right)$$

admet une asymptote en $+\infty$ dont on précisera une équation. On déterminera aussi la position relative de cette asymptote par rapport à la courbe de g.

3) Déterminer la nature de la série

$$\sum \cos\left(n^7\right)\sqrt[5]{\ln(n)}\left(1-n^{2/3}\tan\left(\frac{1}{n^{2/3}}\right)\right).$$

4) Déterminer la nature de la série

$$\sum \left(1-\exp\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)\right).$$

5) Déterminer un équivalent quand n tend vers $+\infty$ de

$$u_n = \left(\cos\left(\frac{2}{n}\right)\right)^{n^4}.$$

En déduire la nature de la série $\sum u_n$.