Cahier de texte

Année scolaire 2025-2026

Semaine du 7 septembre 2025

lundi (9h-12h)

▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels

- Majorants, minorants, maximum, minimum.
  - ⋆ Partie entière d'un réel.
- Racines d'un réel positif.
  - ⋆ Existence admise. Preuve de l'unicité. Notations $\sqrt[n]{x}$ et $x^{1/n}$. Propriétés.
  - ⋆ Trinômes du second degré. Forme canonique. Discriminant. Théorème de factorisation. Racines. Relations coefficients/racines. Maximum/minimum d'un trinôme.

▷ **Exercices.**

- TD n° 3 : 2,7

Semaine du 1er septembre 2025

samedi (8h-12h)

▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels

- Les ensembles de nombres réels.
  - ⋆ Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$.
    - — Tableaux de signe.
    - — Passage à la puissance entière dans une inégalité.
    - — Intervalles. Notation $[\![p\,;n]\!]$.
  - ⋆ Valeur absolue. Propriétés. Liens avec les intervalles. Inégalité triangulaire. Inégalité triangulaire renversée.
- Majorants, minorants, maximum, minimum.
  - ⋆ Majorant, minorant d'une partie non vide. Partie bornée. Premières méthodes pour trouver un majorant/minorant d'une partie.
  - ⋆ Maximum, minimum d'une partie, d'une famille de réels. Unicité du maximum/minimum. Le cas des intervalles.
  - ⋆ Théorèmes d'existence de maximum ou de minimum (parties non vides de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ majorée, minorées). Preuve du principe de récurrence. Ensemble fini. Premières méthodes pour trouver un maximum/minimum d'une partie. Petite introduction aux bornes supérieurs/inférieures.
  - ⋆ Partie entière d'un réel. Démonstration de l'unicité.

▷ **Exercices.**

- TD n° 2 : 9,10,13

vendredi (10h-12h et 13h-15h)

- ▷ **Cours.** Chapitre 2 – Raisonnements usuels
  - Raisonnement par récurrence.
    - ⋆ Récurrence simple. Remarques sur la rédaction (l'hérédité de la preuve par récurrence de « $\forall n \geqslant n_0,\ P(n)$ ». doit commencer absolument par : « Soit $n \geqslant n_0$. Supposons $P(n)$ vraie »).
    - ⋆ Récurrence double.
    - ⋆ Récurrence forte.
    - ⋆ Récurrence finie, récurrence descendante.
- ▷ **Exercices.**
  - TD n° 1 : 10
  - TD n° 2 : 1,4,5,7
- ▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels
  - Les ensembles de nombres réels.
    - ⋆ Existence admise des ensembles de nombres réels ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$).
    - ⋆ Opérations algébriques dans $\mathbb{R}$.
      - — Addition, soustraction, multiplication et division de réels. Développement, factorisation. Simplification de termes. Produit nul de réels. Stabilité.
      - — Le cas des entiers naturels. Diviseurs, multiples. Parité. Division euclidienne. Nombres premiers, premiers entre eux. Décomposition en produits de facteurs premiers.
      - — Le cas des rationnels. Opération dans $\mathbb{Q}$. Forme irréductible.
      - — Puissances entières. Puissances de -1. Propriétés des puissances. Identités remarquables pour deux ou trois termes.
    - ⋆ Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$.
      - — Propriétés de réflexivité, antisymétrie, transitivité. Ordre total. Compatibilité avec addition et multiplication.
      - — Inégalités larges et strictes. Signe d'un réel.

mercredi (13h-16h)

- ▷ **Exercices.**
  - TD n° 1 : 1,3,5,7,10
- ▷ **Cours.** Chapitre 2 – Raisonnements usuels
  - Raisonnement direct (règle du modus ponens).
  - Raisonnement par contraposée.
  - Raisonnement par l'absurde. Application : le principe des tiroirs.
  - Raisonnement par disjonction des cas.
  - Raisonnement par double implication.
  - Raisonnement par analyse-synthèse.

mardi (10h-12h)

- ▷ **Cours.** Chapitre 1 – Logique, ensembles et quantificateurs
  - Comment construire une démonstration.
    - ⋆ Conseils de rédaction (on écrit en français, on introduit les objets)
    - ⋆ Preuve d'une conjonction, disjonction. Preuve directe d'une implication. Preuve d'une équivalence (équivalences successives ou double implication). Raisonnement par implications multiples.
    - ⋆ Preuve d'une inclusion ou d'une égalité ensembliste (par équivalences ou par double inclusion).
    - ⋆ Preuve de l'existence d'un objet. Preuve d'une proposition universelle. Preuve de l'unicité d'un objet.
    - ⋆ Notion d'équation et d'inéquation.
  - Annexe : alphabet grec.

lundi (11h-12h et 13h-16h)

▷ **Cours.** Chapitre 1 – Logique, ensembles et quantificateurs

- Éléments de logique.
  - ⋆ Proposition. Vocabulaire (axiome, théorème, lemme, corollaire, conjecture, démonstration). Propositions équivalentes.
  - ⋆ Négation, conjonction, disjonction. Distributivité. Lois de Morgan.
  - ⋆ Implication. Conditions nécessaires/suffisantes. Réciproque. Reformulation en terme de ou. Transitivité. Négation, contraposée d'une implication. Double implication.
- Vocabulaire ensembliste.
  - ⋆ Ensemble, éléments. Ensembles égaux. Ensemble vide. Cardinal d'un ensemble fini.
  - ⋆ Définition par extension. Propriété portant sur les éléments d'un ensemble. Définition par compréhension.
  - ⋆ Notion d'application d'un ensemble dans un autre. Image d'un élément. Ensemble image.
  - ⋆ Inclusion. Parties d'un ensemble. Différence d'ensembles. Complémentaires. Union. Intersection.
  - ⋆ Produit cartésien d'ensembles. Famille d'éléments d'un ensemble.
- Quantificateurs.
  - ⋆ Quantificateurs $\forall$ et $\exists$. Variable liée (ou muette), variable libre. Contre-exemples sur l'interversion de $\forall$ et $\exists$, sur la distributivité de $\exists$ sur et et de $\forall$ sur ou. Les quantificateurs ne sont pas des abréviations.
  - ⋆ Négation de proposition contenant des quantificateurs.
  - ⋆ Notation $\exists!$.
  - ⋆ Union et intersection d'une famille de parties.

lundi (8h-11h)

▷ **Accueil.**