

Programme de colles - Semaine n° 7

du 16 au 23 octobre 2023

Cette semaine, les colles de Mathématiques portent sur les chapitres suivants (voir au dos pour plus de détails) :

- 5 – Éléments de trigonométrie
- 6 – Fonctions usuelles
- 7 – Suites réelles

- La colle commencera par un petit exercice consistant à expliciter le terme général d'une suite arithmético-géométrique ou bien d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants (dont l'équation caractéristique a un discriminant positif) donnée par l'examineur avec son ou ses termes initiaux.

Le cours sera considéré comme connu dès que :

- (dans le cas d'une suite arithmético-géométrique) le point fixe x est introduit et, en le retranchant à la suite, on obtient une suite géométrique dont on sait expliciter le terme général sans erreur.
- (dans le cas d'une suite récurrente d'ordre 2) l'équation caractéristique est bien introduite, ses racines bien déterminées, le théorème bien énoncé (il existe λ et μ des réels tels que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, [...]) selon que le discriminant est nul ou strictement positif et la méthode pour trouver λ et μ connue.

- Un deuxième exercice consistera à étudier une fonction dans le but de la représenter graphiquement à la fin.

Le cours sera considéré comme connu dès que :

- Les domaines de définition et de dérivabilité des fonctions usuelles¹ sont connues.
- Pour $D_{g \circ f}$, on s'intéresse bien aux valeurs de x telles que $f(x) \in D_g$ et surtout pas telles que $x \in D_g$. Il est conseillé d'utiliser la formule $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$.
- On écrit bien « Soit $x \in D_{f'}$ » avant tout calcul de $f'(x)$.
- Les formules des dérivées des sommes, produits, inverses, quotients et compositions de fonctions sont connues.
- Les dérivées des fonctions usuelles et les limites usuelles du cours sont connues (dont les croissances comparées simples).
- La représentation graphique fera apparaître les éventuelles tangentes horizontales et asymptotes²

- S'il reste du temps, un dernier exercice consistera à résoudre une équation trigonométrique³ ou à déterminer le nombre d'antécédent d'un réel par une certaine fonction.

Prévisions pour la semaine 8 (après les vacances) : chapitres 7 et 8 (limites de suites réelles).

1. Toutes les fonctions au programme sauf Arctan.
 2. on ne montrera qu'il y a des asymptotes obliques que si l'équation est donnée par l'examineur.
 3. Les seules formules au programme sont l'identité fondamentale et les formules d'addition du sinus et du cosinus. Les autres doivent être rappelées ou redémontrées.

Détails des chapitres au programme

Chapitre 5 - Éléments de trigonométrie

cf. programme de la semaine 6.

Chapitre 6 - Fonctions usuelles

cf. programme de la semaine 6.

Chapitre 7 - Suites réelles

- Notion de suite réelle.
 - Suites définies explicitement, par récurrence ou implicitement.
 - Propriété vraie à partir d'un certain rang.
 - Opérations sur les suites. Suites monotones. Suites majorées, minorées, bornées.
- Exemples de suites réelles
 - Suite du type $u_{n+1} = u_n + a_n$ ou $u_{n+1} = u_n \times a_n$.
 - Suites arithmétiques, géométriques (monotonie, somme des termes).
 - Suites arithmético-géométriques.
 - Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients constants (cas où le discriminant de l'équation caractéristique est positif ou nul).
- Utilisation de Python
 - Calcul du $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite, ou des n premiers termes d'une suite. Le cas des suites récurrentes d'ordre 2.
 - Somme ou produit des n premiers termes d'une suite définie par récurrence.
 - Représentation graphique des termes d'une suite.