

Programme de colles - Semaine n° 5

du 2 au 8 octobre 2023

Cette semaine, les colles de Mathématiques portent sur les chapitres suivants (voir au dos pour plus de détails) :

- 2 – Propriétés des réels
- 3 – Introduction à l'informatique et l'algorithmique avec Python
- 4 – Sommes et produits de réels

- La colle commencera par des calculs de sommes ou produits simples et/ou de sommes doubles. Le résultat final sera simplifié au maximum (factorisé au maximum si c'est un polynôme).

Le cours sera considéré comme connu dès que les étapes classiques sont bien respectées :

- *On commence par simplifier le terme dans la somme (rassembler les éventuelles puissances dans une seule), couper éventuellement la somme en plusieurs sommes (par linéarité), factoriser le terme si c'est un produit, sortir un facteur multiplicatif indépendant de l'indice de sommation, faire apparaître une différence d'un terme et du précédent ou suivant (pour reconnaître une somme télescopique).*
- *Les formules du cours sont connues parfaitement : somme des premiers entiers¹, sommes géométriques², formule du binôme de Newton, formule de Pascal, écriture de sommes doubles sur un domaine rectangulaire, triangulaire ou triangulaire strict comme la somme d'une somme.*
- *On sait changer correctement les bornes dans un changement d'indice.*
- *On fait bien attention aux deux bornes de la somme avant d'appliquer les formules (quitte à enlever/ajouter des termes). Les sommes usuelles du cours commencent à 0.*
- *Le résultat final ne dépend pas de l'indice de la somme (erreur très grave).*

- Chaque calcul de somme sera accompagné par un script en Python qui permet d'en calculer une valeur à l'aide d'une boucle `for`.

Le cours sera considéré comme connu dès que les étapes classiques sont bien respectées :

- *La variable contenant la somme ou le produit est bien initialisée.*
- *Le deuxième argument du `range` est bien augmenté de 1 par rapport à la borne supérieure de la somme.*

- Un dernier exercice pourra consister à résoudre une équation ou inéquation faisant intervenir des trinômes du second degré, des puissances, des racines, des parties entières et/ou des valeurs absolues.

Le cours sera considéré comme connu dès que les étapes classiques sont bien respectées :

- *On commence par identifier les « valeurs interdites » (le terme dans une racine doit être positif, un terme au dénominateur doit être non nul).*
- *On utilise bien des équivalents (ou on raisonne par double inclusion éventuellement).*
- *On essaie de se ramener à une expression sans dénominateur et sans racines.*
- *On pense bien à vérifier que les deux termes d'une inégalité sont du même signe avant de passer au carré ou de passer à l'inverse (quitte à faire des cas sur le signe des termes). On garde en tête qu'une racine est positive dès qu'elle existe.*

Prévisions pour la semaine 6 : chapitres 4, 5 (trigonométrie) et 6 (études de fonctions).

1. Les sommes des premiers carrés et des premiers cubes ne sont pas exigibles mais pourront être utilisées (ultra classiques) si rappelées par l'examineur.

2. Attention au cas où la raison vaut 1.

Détails des chapitres au programme

Chapitre 2 - Propriétés des réels

cf. programme de la semaine 4.

Chapitre 3 - Introduction à l'informatique et l'algorithmique avec Python

- Différents types d'objets
 - Opérations de base sur les entiers et sur les réels.
 - Opérations sur les booléens.
 - Opérations sur les listes.
 - Échanger des variables
- Structures de bases de la programmation
 - Fonctions : syntaxe de base, remarques diverses, liste des images des éléments d'une liste par une fonction.
 - Structures conditionnelles
 - Structures répétitives : boucles `for` et boucles `while`.

Chapitre 4 - Sommes et produits de réels

- Familles de réels. Notations \max , \min , \sum , \prod .
- Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n x^k$, lorsque $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$.
- Sommes classiques non exigibles : $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n k^3$.
- Propriétés des sommes et produits
 - Factorisation, linéarité de la somme, sommation par paquets, inégalités.
 - Changement d'indice
 - Sommes et produits télescopiques.
 - Lien entre somme et produit via le logarithme.
- Factorielle et coefficients binomiaux.
 - Factorielle d'un entier. Application au produit des premiers des entiers pairs/impairs.
 - Définition par la formule $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Propriétés immédiates. Formule « du chef » et formule de Pascal.
 - Formule du binôme de Newton.
- Sommes doubles (sur un domaine rectangulaire, triangulaire ou triangulaire strict).
- Calculs de sommes et de produits avec Python.
 - Utilisation de boucles `for`. Utilisation de `np.sum` et `np.prod`.
 - Factorielles et coefficients binomiaux (sous forme d'un produit et non d'un quotient de factorielles) avec Python.