

## Programme de colles - Semaine n° 18

du 29 au 4 février 2024

Cette semaine, les colles de Mathématiques portent sur les chapitres suivants (voir au dos pour plus de détails) :

- 16 – Intégration sur un segment
- 18 – Systèmes linéaires

- La colle commencera par la résolution d'un système linéaire à  $n$  équations et  $p$  inconnues (avec  $n$  et  $p$  compris entre 3 et 4) à coefficients entiers.

*Le cours sera considéré comme connu dès que la méthode du pivot de Gauss est appliquée à la lettre. Plus précisément :*

- *Aucune substitution n'est possible dans la première étape (celle consistant à se ramener à un système triangulaire).*
- *Une fois le système ramené sous forme triangulaire, des remontées successives sont autorisées même s'il est préférable de continuer avec un pivot de Gauss remontant.*
- *Il ne peut y avoir aucun échange « gratuit » de lignes (on le fait dans le seul et unique but de se ramener à un pivot non nul).*
- *Aucune fraction n'interviendra sauf éventuellement à l'ultime étape.*

- Le reste de la colle consistera en des exercices de calcul d'intégrales ou de primitives en utilisant des intégrales ou d'étude de fonctions définies à l'aide d'intégrales (dont les bornes varient).

*Le cours sera considéré comme connu dès que :*

- *Les primitives usuelles sont bien connues.*
- *Le théorème fondamental de l'analyse est bien connu : une primitive sur un intervalle  $I$  d'une fonction  $f$  continue sur  $I$  est donnée par la formule*

$$x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt,$$

*où  $x_0$  est choisi arbitrairement dans  $I$ .*

- *La formule d'intégration par parties est bien connue. Attention à l'hypothèse  $C^1$ .*
- *La formule de changement de variables<sup>1</sup> est bien connue (sauf rares exceptions, on exprime systématiquement l'ancienne variable en fonction de la nouvelle). Attention à l'hypothèse  $C^1$ .*
- *La dérivation de fonctions définies par une intégrale dont les bornes varient est connue.*
- *Le théorème de convergence des sommes de Riemann est connu. Attention à l'hypothèse de continuité.*

**Prévisions pour la semaine 19 :** chapitres 17 (polynômes), 18 et 19 (calcul matriciel)

---

1. Tout changement de variable non affine doit être indiqué par l'examinateur, conformément au programme.

# Détails des chapitres au programme

## Chapitre 16 - Intégration sur un segment

cf. programme de la semaine 17.

## Chapitre 18 - Systèmes linéaires

- Définition d'un système linéaire à  $n$  équations et  $p$  inconnues à coefficients réels ou complexes
  - Équations, inconnues, coefficients, second membre. Système homogène. Système homogène associé.
  - Systèmes équivalents. Système compatible, incompatible, de Cramer.
- Résolution de systèmes linéaires triangulaires.
  - Résolution de systèmes linéaires triangulaires dont tous les coefficients diagonaux sont non nuls par remontées successives.
  - Pour un système avec plus d'inconnues que d'équations, on choisit des inconnues auxiliaires que l'on place dans le second membre et on se ramène ainsi à un système triangulaire.
- La méthode du pivot de Gauss
  - Opérations élémentaires :  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow \lambda L_i$  ( $\lambda \neq 0$ ),  $L_i \leftarrow L_i + \alpha L_j$ ,  $L_i \rightarrow \alpha L_i + \beta L_j$  ( $\alpha \neq 0$ ).  
Si un système ( $S'$ ) est obtenu à partir d'un système ( $S$ ) en effectuant une succession d'opérations élémentaires, alors ( $S$ ) et ( $S'$ ) sont équivalents.
  - Résolution d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss.
  - Un système linéaire possède ou bien une unique solution, ou bien aucune, ou bien une infinité.